



Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas

Enero-Marzo 2020
Duración: 1 hora 50 minutos

3er Parcial Matemáticas I

1. [Total: 10 puntos] Halle la derivada de cada una de las siguientes funciones:

(a) [3 puntos] $f(x) = \cos^3(\sec^2(4x))$

(b) [3 puntos] $f(x) = \sqrt{a - x^2} \tan^3(\operatorname{sen}(\sqrt{x}) - \frac{1}{x})$

(c) [4 puntos] $f(t) = \frac{\sqrt{2 + \sqrt[3]{t}}}{\sqrt[3]{1 + \sqrt{t}}}$

2. [3 puntos] Halle $\frac{dy}{dx}$ para la curva definida por la ecuación $xy + y \operatorname{arc} \operatorname{sen}(x) = 1$

3. [Total: 6 puntos] Calcule los siguientes límites, en caso de que existan:

(a) [3 puntos] $\lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{\cos(2t)} - \sqrt{\cos(3t)}}{t^2} \right)^2$.

(b) [3 puntos] $\lim_{x \rightarrow a} (\tan(x) - \tan(a)) \cot(x - a)$.

4. [6 puntos] Un arquitecto planea incorporar a su proyecto un jardín en forma de sector circular de radio r y ángulo central θ . El jardín debe tener área A (constante positiva fija). ¿Qué valores de r y θ hacen mínimo el perímetro del jardín.

Sugerencia: El área de un sector circular de radio r y ángulo θ viene dado por $\frac{\theta}{2}r^2$ mientras que la longitud del correspondiente arco de circunferencia viene dado por θr .

5. [10 puntos] Grafique la función h definida por $h(x) = \begin{cases} g(x) & \text{si } x \leq -2 \\ \frac{(x+1)^2}{x^2+1} & \text{si } x \geq 4, \end{cases}$ sabiendo que g es una función que cumple

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow -4} g(x) = 4$, tiene asíntota vertical en $x = -2$.
- $g'(x) > 0$ en $(-\infty, -4)$, $g''(x) < 0$ en $(-4, -2)$.
- Valores extremos en los puntos $(-4, -1)$, $(-3, 1)$ y $(-2, 1)$.

¡Justifique todas sus respuestas!